

Dirección General

Leonardo Vilches Robert

Dirección Científica

Martiniano Román Pérez

Editores

Patricia Calderón Urzúa

Claudio Troncoso Pino

Cristian Venegas Sierra

Corrección de Estilo

Alejandro Cisternas Ulloa

Diseño Gráfico

Equipo Editorial

- © Del texto: Martiniano Román P., Aldo Gino Montenegro González, Ximena Herrera Rojas, Ricardo Salinas Páez, Andrea Vergara Guardiola.
- © Tragaluz - Aprendo a pensar. Matemática 2º Medio.
Editado por Editorial Conocimiento S.A.
Alberto Rojas Jiménez 22. Santiago de Chile.
Fonofax: 63 48 779. email: editorial@editorialconocimiento.cl

- © Editorial Conocimiento S.A.
Edición digital, mayo de 2009.
Inscripción: **En trámite** I.S.B.N.: **En trámite**
Prohibida su reproducción total o parcial, a través de cualquier sistema de reprografía o tratamiento informático, bajo las sanciones establecidas por la ley.
Impreso en Chile por Grafhika Copy Center Ltda.

Tragaluz

Aprendo a pensar

Matemática

2º
MEDIO

Indicadores de evaluación por capacidades

DIRECCIÓN CIENTÍFICA:

Dr. Martiniano Román Pérez
Catedrático de E.U. de la Facultad de Educación
de la Universidad Complutense de Madrid

Coordinador

Aldo Montenegro González
Magíster en Innovación Educativa
Cultura Institucional y Currículum

AUTORES:

Ximena Herrera Rojas
Licenciada en Educación Matemática y Ciencias
de la Computación

Ricardo Salinas Páez
Licenciado en Educación Matemática y
Ciencias de la Computación

Andrea Vergara Guardiola
Pedagoga en Matemática y Computación



EDITORIAL
Conocimiento S.A.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	
• ¡Atrévete a pensar, amigo!	5
• Introducción	7
• Conceptos previos del proyecto	8
• Destrezas básicas del proyecto	9
2. UNIDAD 1:	
Números, Potencias, Proporciones y Porcentajes	11
Conceptos previos y destrezas básicas necesarias para la solución de los ejercicios	12
Capítulo 1: Números: Evaluaciones 1 a 4	14
Capítulo 2: Potencias: Evaluaciones 5 a 8	22
Capítulo 3: Proporciones y porcentajes: Evaluaciones 9 a 12	31
Aprendo a pensar en grupo: Evaluaciones 13 y 14	45
3. UNIDAD 2:	
Álgebra, Funciones y Sistemas de ecuaciones	51
Conceptos previos y destrezas básicas necesarias para la solución de los ejercicios	52
Capítulo 4: Álgebra: Evaluaciones 15 a 18	54
Capítulo 5: Funciones: Evaluaciones 19 a 22	63
Capítulo 6: Sistemas de ecuaciones: Evaluaciones 23 a 26	74
Aprendo a pensar en grupo: Evaluaciones 27 y 28	86
4. UNIDAD 3:	
Estadística y Probabilidades y Geometría	93
Conceptos previos y destrezas básicas necesarias para la solución de los ejercicios	94
Capítulo 7: Estadística y probabilidades: Evaluaciones 29 a 32	97
Capítulo 8: Geometría: Evaluaciones 33 a 36	108
Aprendo a pensar en grupo: Evaluaciones 37 y 38	119

Aprender es una tarea compleja que exige esfuerzo. Pero, además, cuando aprendemos utilizamos la inteligencia que cada uno posee en mayor o menor medida. Pero no te olvides, se puede y se debe aprender a ser inteligente y mejorar la inteligencia, entendida como herramienta mental con la que aprendemos.

La inteligencia consta de un conjunto de capacidades básicas que son razonamiento lógico (comprensión), orientación espacio-temporal, expresión oral y escrita y socialización. Y también de un conjunto de capacidades superiores, tales como pensamiento creativo (creatividad), pensamiento crítico, solución de problemas y toma de decisiones. Algunas de estas capacidades son comunes (aunque adaptadas) a todos los subsectores de aprendizaje, y otras son más específicas. En nuestro “Proyecto Aprendo a pensar” no desarrollamos todas las capacidades anteriores, sino las más importantes y útiles para los diversos subsectores de aprendizaje. De este modo, decimos que utilizamos las siguientes capacidades para aprender:

- **En Educación Matemática, las capacidades de: Razonamiento lógico, expresión gráfico-simbólica y orientación espacio-temporal.**
- **En Lenguaje y Comunicación, las capacidades de: Comprensión, expresión oral y expresión escrita.**
- **En Comprensión de la Naturaleza, las capacidades de: Razonamiento lógico (comprensión), expresión gráfico-simbólica y experimentar.**
- **En Comprensión de la Sociedad, las capacidades de: Comprensión, orientación espacio-temporal y pensamiento crítico.**

Cada una de estas capacidades las descomponemos en destrezas (en cada una de las evaluaciones), entendiendo por capacidad un metro mental y por destreza un decímetro mental. Y además afirmamos que un conjunto de destrezas constituye una capacidad (lo mismo que un conjunto de diez decímetros constituye un metro). En el “Proyecto Tragaluz - Aprendo a pensar” tratamos de desarrollar estas capacidades, que descomponemos en destrezas, a partir de la evaluación. Con los ejercicios que te proponemos tratamos de que aprendas a pensar y de este modo desarrolles tu inteligencia (seas más listo). Son ejercicios cuyo fondo es una capacidad y sus destrezas relacionadas con contenidos.

Al inicio de este texto (y también al principio de cada Unidad) tienes una lista de contenidos (conceptos previos) necesarios para llegar a la solución correcta de cada uno de los ejercicios. Estos contenidos están definidos de una manera breve y sencilla. Cuando tengas dudas mira esta lista y repasa estas definiciones. Pero además definimos también las destrezas básicas con las que piensas y solucionas los ejercicios. Es muy importante que aprendas estas definiciones y sobre todo que las apliques. Aparecen al inicio de cada evaluación.

Pero al solucionar los ejercicios pensando, das unos pasos mentales para llegar a la respuesta correcta. A nosotros nos interesa la respuesta correcta evidentemente. Pero nos interesan más aún los pasos mentales (metacognición) que das para llegar a la respuesta. Nos

interesa también que describas cómo has pensado para obtener la solución correcta. Y de vez en cuando te molestamos con las siguientes expresiones: justifica la respuesta, identifica los pasos dados para llegar a ella, define y aplica la destreza de... Esto al principio te va a costar un poco, pues no estás acostumbrado a ello, pero en seguida te darás cuenta de que estás aprendiendo a pensar y en no mucho tiempo vas a mejorar los resultados escolares al potenciar las capacidades y destrezas que utilizas para aprender.

Además, en este proyecto pretendemos que aprendas a pensar también en grupo y puedas compartir con tus compañeros tus formas de pensar para aprender. De este modo, desarrollarás, asimismo, la capacidad de socialización. Es muy bueno discutir la respuesta adecuada y mejor aún los pasos mentales que ha dado cada uno de ustedes para llegar a la respuesta. Se trata de un modelo práctico de aprender a pensar en grupo. No debes imponer tu respuesta, sino exponerla, dejando hablar también a los demás y escuchando sus opiniones.

Te va a tocar vivir cambios profundos en esta nueva sociedad que llamamos sociedad del conocimiento, que reclama cambios de fondo a la escuela. Pide que ésta desarrolle herramientas mentales para aprender y seguir aprendiendo (capacidades y destrezas), pero asociadas a contenidos. Éstos, si no están asociados a las capacidades, son poco duraderos y a menudo no caben “en tu cabeza”. Pero si desarrollamos capacidades, aprenderemos antes, aprenderemos mejor, aprenderemos más... y sobre todo nos sentiremos mejor.

El desarrollo de capacidades mejora los resultados escolares, ya que se manejan mejores herramientas mentales para aprender. Este proyecto de aprender a pensar te puede ser muy útil para que utilices las capacidades aprendidas en tu vida cotidiana.

Se trata de ejercicios de evaluación (indicadores de evaluación por capacidades) individuales y grupales, que te sirven, por un lado, de repaso y, por otro, de afianzamiento de lo ya estudiado. Y te van a servir para aprender a pensar. Por eso te decimos con claridad “Atrévete a pensar”, mejora tu pensamiento y comparte esta mejora con tus compañeros. Se trata de ejercicios de evaluación para realizar en casa o bien en el colegio. Si tienes dudas, consulta a tus papás, amigos... y también a tu profesor.

No te desanimes al principio. Se trata de un nuevo reto que intenta situar la enseñanza en una nueva sociedad, cuyo eje fundamental es el conocimiento, entendido como la suma de capacidades, contenidos teóricos (formas de saber) y contenidos aplicados (formas de hacer). Si desean más detalles sobre mí y las ideas que defiendo, pueden verlos visitando mi sitio web www.martinianoroman.com, donde comprobarán que también yo dedico ratos a pensar. Me gusta crear ideas nuevas, publicarlas y compartirlas. Este proyecto es un ejemplo.

Tu amigo:

*Dr. Martiniano Román
Director Pedagógico*

*Proyecto Tragaluz - Aprendo a pensar
Madrid, Julio, 2006*

Instrucciones metodológicas para el alumno

Estimado estudiante:

Ponemos en tus manos un material que tiene por objetivo que pienses y razones tus respuestas al momento de enfrentar una tarea matemática. No se trata de actuar mecánicamente, sino de pensar en cada uno de los ejercicios contenidos en las siguientes evaluaciones.

¿Cómo pensar para encontrar la correcta solución a un problema matemático?

Te sugerimos algunos pasos para que aprendas a pensar y a conocer tus formas de razonar cuando aprendes:

1. Lee pausadamente cada uno de los enunciados de los problemas en las evaluaciones.
2. Identifica con precisión lo que se está pidiendo.
3. Identifica y ordena los datos que se te entregan.
4. Organiza tu pensamiento y decide los pasos mentales que darás.
5. Selecciona las operaciones matemáticas que utilizarás y dales una secuencia lógica.
6. Aplica lo organizado y selecciona una respuesta.
7. Detente y piensa cómo encontraste la solución.
8. Piensa en los pasos mentales esenciales que tuviste que dar para hallar la solución.

Con estos pasos mentales pretendemos que aprendas a pensar tanto de una manera individual como grupal. Que sepas aplicar la Matemática a la vida cotidiana, desarrollando tus capacidades de razonamiento lógico, solución de problemas, expresión gráfica y simbólica y orientación espacial.

Recuerda que la inteligencia matemática es mejorable con el ejercicio y el entrenamiento adecuado.

Los autores

Conceptos previos del proyecto

Los conceptos previos en los que se apoyan los ejercicios de evaluación que proponemos como una forma de aprender a pensar son, entre otros, los siguientes:

1. **Operatoria en naturales, cardinales, enteros y racionales:** Desarrollar ejercicios con paréntesis y sin ellos de adición, sustracción, multiplicación y división, respetando el orden de la operatoria.
2. **Ecuaciones de primer grado:** Igualdad numérica, donde un valor es incógnito y de grado uno.
3. **Potencias:** Multiplicar un número denominado base tantas veces como indique el exponente.
4. **Proporciones:** Igualdad de dos razones.
5. **Porcentaje y aplicaciones:** Es la fracción de un entero expresada con denominador 100 o la razón entre un número y 100.
6. **Elementos de estadística descriptiva:** Son métodos estadísticos que permiten recolectar, presentar y caracterizar la información contenida en una muestra.
7. **Elementos generales de geometría:** Base de la geometría que abarca conceptos básicos y secundarios de ella, desde axiomas hasta elementos de cada figura o cuerpo geométrico.
8. **Ángulos y triángulos:** *Ángulo:* Cada una de las partes ilimitadas en que queda dividido un plano por dos semirrectas que parten de un mismo punto. *Triángulo:* Figura plana de tres lados o unión de tres puntos no colineales.
9. **Figuras planas:** Formas geométricas que corresponden al plano.

Nota: Estos conceptos previos los has estudiado en cursos anteriores o en este mismo año. No obstante, te los recordamos de nuevo aquí de manera muy general y posteriormente de manera más detallada. Son básicos y fundamentales para la solución adecuada de cada una de las pruebas de evaluación que a continuación te proponemos.

Destrezas básicas del proyecto

Recuerda que las destrezas que te proponemos a continuación son las herramientas mentales que se utilizan para el aprendizaje de la Matemática y que como tales constituyen la inteligencia matemática. Por otro lado, te aclaramos que un conjunto de destrezas constituye una capacidad.

Además, te indicamos que una destreza básica implica el uso adecuado de... mientras que un concepto previo implica la comprensión adecuada de... En cada una de las unidades, con sus respectivos ejercicios, identificamos las capacidades que descomponemos en destrezas mentales e incorporamos determinados conceptos matemáticos relevantes. Conviene que de vez en cuando repases los conceptos previos y las destrezas básicas que proponemos. De este modo mejorará tu Inteligencia Matemática. Pretendemos que aprendas a pensar tanto de una manera individual como grupal.

1. **Abstraer:** Extraer un concepto o patrón general que subyace en una información.
2. **Analizar:** Identificar y reconocer los elementos y relaciones existentes entre las partes que conforman un todo más complejo.
3. **Aplicar:** Utilizar en la práctica los conocimientos adquiridos para obtener un efecto o rendimiento en una determinada tarea.
4. **Argumentar:** Dar razones acerca de algo que se está discutiendo, valorando el peso y sentido de las mismas.
5. **Asociar:** Relacionar hechos, conceptos u objetos que tienen algo en común.
6. **Calcular:** Llevar a cabo operaciones matemáticas para obtener determinados resultados.
7. **Comparar:** Confrontar dos o más hechos u objetos teniendo en cuenta elementos diferentes o semejantes en los mismos.
8. **Comprobar:** Llevar a cabo un plan para verificar determinados hechos, hipótesis o resultados. Verificar y confirmar la veracidad o exactitud de algo.
9. **Deducir:** Concluir consecuencias que se desprenden de determinados principios o generalizaciones. Es ir de los conceptos y leyes a los hechos y experiencias para verificarlos.
10. **Definir:** Fijar con claridad y precisión el significado de un concepto o hecho para diferenciarlo de los demás.
11. **Descubrir:** Razonar para hallar lo ignorado.
12. **Evaluar:** Verificar y valorar resultados o soluciones a problemas dados en función de un criterio.
13. **Explicar:** Organizar la información sobre una situación determinada, reconociendo sus relaciones, antecedentes, desarrollo y sus posibles efectos.
14. **Fundamentar:** Dar pruebas adecuadas y correctas para apoyar una afirmación o una conclusión.
15. **Graficar:** Representar cantidades a través de generación de imágenes (gráficos, tablas...).

16. **Identificar:** Determinar con precisión las formas o maneras particulares en que se manifiesta una realidad, objeto o hecho, registrando sus características fundamentales.
17. **Inferir:** Dar significado a lo que percibimos según los conocimientos previamente adquiridos y las experiencias previas, sacando conclusiones adecuadas.
18. **Justificar:** Aportar razones para dar validez a un hecho o situación.
19. **Operar:** Razonar, pensar sobre una operación matemática y llevarla a cabo.
20. **Razonar:** Pensar relacionando las partes y variables inmersas en un problema.
21. **Representar:** Generar imágenes mentales a partir de ideas, sentimientos o experiencias.
22. **Relacionar:** Identificar lo común y lo diferente en función de un criterio aplicado a situaciones, hechos, personas u objetos.
23. **Resolver:** Hallar solución a problemas planteados
24. **Resolver problemas:** Analizar información adecuada para buscar la solución a diferentes situaciones problemáticas, identificando los pasos mentales para ello.
25. **Sacar conclusiones:** Es deducir a partir de algo que admitimos, demostramos o suponemos.
26. **Seriar:** Ordenar de acuerdo con un criterio determinado, estableciendo secuencias.